MG2 – Logiciels scientifiques – Automne 2010 *TP Maple n°2*

Exercice 1

Soit $0 < x < \frac{\pi}{2}$. D'après la formule de Taylor-Mac Laurin-Lagrange , il existe un nombre réel θ, $0 < \theta < 1$, dépendant de x, tel que :

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\cos(\theta x) \qquad (1)$$

1. Entrer l'équation (1) et lui donner un nom.

2. Calculer θ en fonction de x (utiliser `solve`).

3. En déduire $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \theta$.

Exercice 2

On pose $y = \dfrac{ax + bx^3 + cx^5}{1 + dx^2 + ex^4}$ et $z = \sin(x) - y$.

1. Donner un DL d'ordre 12 de z au voisinage de 0.

2. Déterminer a, b, c, d, e pour que z soit un infiniment petit d'ordre le plus élevé possible quand $x \to 0$. Donner alors la partie principale de z, puis tracer (sur un même dessin) les graphes de y et $\sin(x)$ sur l'intervalle $[-8, 8]$.

Exercice 3

On cherche des solutions *entières* de l'équation :

$$x^2 - 3\,x\,y + y^2 = 1 \qquad (2)$$

1. Que donne `isolve` ?

2. Trouver une solution évidente.

3. On note F_n le $n^{\text{ième}}$ nombre de Fibonacci ($F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ pour tout n). A l'aide de Maple, montrer que les couples (F_{2k}, F_{2k+2}) ($k \in \mathbf{N}$) sont solutions de (2).

Exercice 4

Deux échelles, l'une longue de six mètres et l'autre longue de quatre mètres, sont appuyées sur deux murs verticaux, conformément à la figure ci-contre. Leur point de rencontre est à deux mètres du sol. Calculer la distance qui sépare les deux murs.