

## Analyse du jeu de Sim

Le jeu est décrit dans le TP MATLAB n°2, exercice 3. On convient de représenter à chaque instant l'état du jeu par une *matrice d'adjacence*  $P = (p_{ij})_{1 \leq i, j \leq 6}$  symétrique d'ordre 6, définie par :

$$\begin{aligned} p_{ij} &= 0 && \text{si les sommets } i \text{ et } j \text{ ne sont pas reliés ou si } i = j, \\ p_{ij} &= 1 && \text{si les sommets } i \text{ et } j \text{ sont reliés par le joueur n}^\circ 1, \\ p_{ij} &= 2 && \text{si les sommets } i \text{ et } j \text{ sont reliés par le joueur n}^\circ 2. \end{aligned}$$

1. Dans une position donnée  $P$ , on dit qu'un coup est *fatal* pour un joueur s'il provoque la perte immédiate de ce joueur en fermant un triangle de sa couleur. Ecrire une procédure `coup_fatal(P, joueur, i, j)` à valeur booléenne.

2. La nature (*gagnante* ou *perdante*) d'une position s'obtient de manière récursive :  
 cas 1 : tous les coups sont fatals ; dans ce cas, la position est perdante  
 cas 2 : il y a des coups non fatals ; si parmi ceux-ci, il y en a un qui donne une position perdante pour l'adversaire, la position est gagnante (et ce coup est un coup gagnant) ; dans le cas contraire, la position est perdante.

Ecrire une procédure `gagnante(P, joueur)` à valeur booléenne. Algorithme :

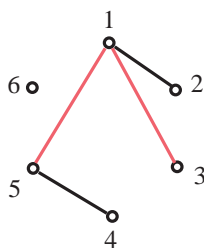
```

pour i = 1 à 5 faire
  pour j = i + 1 à 6 faire
    si pij = 0 alors
      si non coup_fatal(P, joueur, i, j) alors
        pij ← joueur , pji ← joueur           (1)
        test ← non gagnante(P, 3 - joueur)
        pij ← 0 , pji ← 0                   (2)
        si test alors sortir en renvoyant vrai
  renvoyer faux

```

*Remarque.*— Les instructions de la ligne (2) servent à restituer, au retour de l'appel récursif, l'environnement qui a été modifié à la ligne (1). Si on les omet, on constate que le programme est infiniment plus rapide mais faux (voyez-vous pourquoi ?)

3. *Application 1.*— Montrer que la position suivante est gagnante pour Noir :



Quels sont les coups gagnants ?

4. *Application 2.*— La position de départ est-elle gagnante ou perdante ?