

Sujet 13.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

19 janvier 2009

1 Amuse-gueule

Soient f et g deux fonctions de classe \mathcal{C}^n sur $[a; b]$ et $x_0 \in [a; b]$ tel que f, g et toutes leurs dérivées successives jusqu'à $n - 1$ s'y annulent. Déterminer si possible la limite de $\frac{f}{g}$ en x_0 .

2 Plat : règle de l'Hospital

Soient f, g deux fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur $[a, b]$, g' ne s'annulant pas sur l'ouvert.

1. Montrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$
2. Si $\frac{f'(x)}{g'(x)}$ admet une limite finie l en a , alors $\frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(a)}$ admet aussi la même limite.



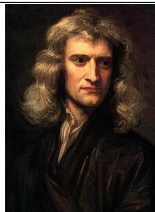
3 Dessert

Mon oral à l'X (fastoche!).

Soient a et b deux réels avec $a < b$. Soit f dérivable sur $]a; b[$ telle que $f' \geq -1 - f^2$ et $\lim_a f = +\infty$, $\lim_b f = -\infty$. Montrer que $b - a \geq \pi$.

Exemple où l'égalité est réalisée?

4 Café historique

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Marquis de l'Hospital | Jean Bernoulli | Isaac Newton |
| 1661-1704 | 1667-1748 | 1643-1727 |