

Sujet 6.4

12 novembre 2009

1 Amuse-gueule

Vrai ou faux ?

1. Toute ED linéaire du premier ordre admet une ou des solutions sur l'ensemble de définition de ses coefficients.
2. Ces solutions sont proportionnelles.
3. Toute ED linéaire du second ordre à coefficients constants dont le second membre est un produit exponentielle polynôme.
4. Etant donné quatre points distincts A,B,C,D, il existe une unique rotation transformant A en B, C en D.
5. Etant donné trois points, il existe un unique cercle passant par ces trois points.

2 Plat

1. Théorème de Menelaüs d'Alexandrie Soit un triangle ABC. Soit D sur (BC), E sur (AC), F sur (AB). Prouver que

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{EA}} = \frac{\overline{FA}}{\overline{FB}}$$

si et seulement si D, E, F sont alignés.

2 Pour $\lambda \in \mathbb{R}$ on considère la droite D_λ d'équation cartésienne : $(1 - \lambda^2)x + 2\lambda y = 4\lambda + 2$. Montrer qu'il existe un point Ω équidistant de toutes les droites D_λ .

3 Dessert

Soient deux segments. Combien y a-t-il d'homothéties qui transforment l'un en l'autre ?