

## Sujet 8.1

26 novembre 2009

### 1 Amuse-gueule

Soit  $E$  un ensemble muni d'une relation  $\mathfrak{R}$  qui est transitive et irreflexive (aucun  $x$  n'est en relation avec lui-même). On définit une relation  $\preceq$  par

$$x \preceq x' \iff (x\mathfrak{R}x' \text{ ou } x = x')$$

Est-ce une relation d'ordre ?

### 2 Plat

Etablir que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \sum_{p=0}^n \binom{n}{p}^2 = \binom{2n}{n}$$

### 3 Dessert

Imaginons un hôtel infini dont toutes les chambres  $(e_n)_{(n \in \mathbb{N})}$  sont occupées.

1. Montrez qu'on peut quand même loger un touriste supplémentaire.
2. Montrez qu'on peut même doubler la population.

### 4 Resucée

<http://francoise.bienvenu.perso.neuf.fr>