

# Sujet 9.1

1<sup>er</sup> décembre 2009

## 1 Amuse-gueule

Soit  $l \in \mathbb{R}$ . Que peut-on dire d'une suite dont une infinité de termes se trouvent dans  $]l - \varepsilon; l + \varepsilon[$  et ce pour tout  $\varepsilon > 0$  ?

## 2 Plat

Soient  $A, B$  deux parties non vides majorées de  $\mathbb{R}$ . On pose  $C = A + B$ ,  $D = AB$ .

1. Qu'est-ce que cela peut bien signifier ?
2. Montrer que  $\sup C = \sup A + \sup B$
3. Et aussi que  $\sup D = \sup A \sup B$  (si  $A$  et  $B$  sont en fait dans  $\mathbb{R}_+$ )

## 3 Dessert

Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{N}^*$ . Montrer que :  $\left[ \frac{a}{b} \right] + \left[ \frac{a+1}{b} \right] + \cdots + \left[ \frac{a+b-1}{b} \right] = [a]$ .  
(commencer par  $a$  entier)

## 4 Resucée

<http://francoise.bienvendu.perso.neuf.fr>