

## Sujet 9.2

1<sup>er</sup> décembre 2009

### 1 Amuse-gueule

Que signifient ces phrases cabalistiques :

1.  $\exists \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{N}, \forall n \geq M, |u_n - l| \leq \varepsilon$
2.  $\forall \varepsilon \geq 0, \exists M \in \mathbb{N}, \forall n \geq M, |u_n - l| < \varepsilon$
3.  $\exists M \in \mathbb{N}, \forall \varepsilon > 0, \forall n \geq M, |u_n - l| < \varepsilon$
4.  $\forall \varepsilon > 0, \forall n \in \mathbb{N}, \exists M \in \mathbb{N}, (n \geq M \implies |u_n - l| < \varepsilon)$

### 2 Plat

#### 2.1 Un premier léger

Montrer de deux manières différentes que  $A_n^p = pA_{n-1}^{p-1} + A_{n-1}^p$ .

#### 2.2 Plus compliqué

Soit  $E$  un ensemble fini. Combien y a-t-il de couples de parties  $(X, Y)$  telles que  $X \subset Y$  ?

### 3 Dessert

Soit  $a \in \mathbb{Q}^+$  tel que  $\sqrt{a} \notin \mathbb{Q}$ .

Montrer qu'il existe  $C > 0$  tel que pour tout rationnel  $r = \frac{p}{q}$ , on a :

$$|r - \sqrt{a}| \geq \frac{C}{q^2}$$

.

### 4 Resucée

<http://francoise.bienvenu.perso.neuf.fr>