

Sujet 9.4

1^{er} décembre 2009

1 Amuse-gueule

1. Quelles sont les suites à valeurs entières qui sont convergentes ?
2. Soient u et v deux suites numériques à dont la somme et le produit tendent vers 0. Montrer que chacune tend vers 0.

2 Plat

1. Soit E l'ensemble des intervalles de \mathbb{R} (y compris le vide et les singletons) muni de l'inclusion. Déterminer $\sup(I, J)$, $\inf(I, J)$.
2. Montrer que $\sum_{k=1}^n k^3 = (\sum_{k=1}^n k)^2$. Démonstration géométrique, comme Al Karagi vers l'an 1000 ?

3 Dessert

On va mettre en évidence la monstruosité de \mathbb{Q} .

1. Rappeler ce qu'on entend par \mathbb{Q} est dense dans \mathbb{R} et le redémontrer.
2. Montrer que \mathbb{Q} est dénombrable (c'est-à-dire que \mathbb{Q} est une vaste suite).

4 Resucée

<http://francoise.bienvenu.perso.neuf.fr>