

Sujet 11.1 : colle spéciale suite de Fibonacci

15 décembre 2009

La suite de Fibonacci, plus ou moins définie vers 1200 par Léonard de Pise, que l'on peut considérer comme le premier mathématicien européen depuis la fin de l'Antiquité. Elle présente un certain nombre de propriétés amusantes bien connues des mathématiciens mystiques (type Kepler).



1 Amuse-gueule : culture générale

1. Définition de cette suite ? Définition du nombre d'or ?
2. Calculer tous les termes de la suite.
3. Calculer la limite du rapport $\frac{u_{n+1}}{u_n}$. Et d'une !

2 Plat

Maintenant, il n'est pas souhaitable d'utiliser la formule explicite des u_n . Démontrer ces propriétés.

$$1. \forall (p, q) \in \mathbb{N}^2, u_{p+q} = u_{p-1}u_q + u_p u_{q+1}$$

$$2. \forall n \in \mathbb{N}, u_n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n-k}{k}$$

3 Dessert

Montrer que u_n est aussi le nombre de façons de pavier un rectangle $2xn$ par des dominos 2×1 .

Joyeux Noël ! Et à bientôt sur <http://francoise.bienvenu.perso.neuf.fr>.