

Sujet 13.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

19 janvier 2009

1 Amuse-gueule

1. Soit $a < b$ deux réels. Existe-t-il une fonction continue sur \mathbb{R} f telle que

$$f(x) \neq 0 \iff x \in [a, b]$$

2. Soit f une fonction bornée sur \mathbb{R} dont la dérivée admet une limite en $+\infty$. Que peut-on dire ?

2 Plat

Soit f de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R} telle que pour tous x, y ,




$$f(x+y)f(x-y) \leq f(x)^2$$

Prouver que pour tout x , $f(x)f''(x) \leq f'(x)^2$

3 Dessert

1. Citez une fonction non continue qui vérifie la propriété des valeurs intermédiaires.
2. REMARQUABLE : si une fonction qui vérifie la propriété des valeurs intermédiaires est injective, alors elle est continue.

4 Café historique

		
Gaston Darboux	Bernard Bolzano	Karl Weierstrass
1842-1917	1781-1848	1815-1897