

Sujet 13.4

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

19 janvier 2009

1 Amuse-gueule

Soit f dérivable sur \mathbb{R} . Montrer qu'en tout point, $|f|$ admet une dérivée à droite et une dérivée à gauche.

2 Plat

Soit f de classe \mathcal{C}^2 sur $[-1, 1]$, $\alpha \geq 2$ et $A \in \mathbb{R}$. Convergence de la suite de terme général




$$u_n = nA + \sum_{k=1}^n f\left(\frac{p}{n^\alpha}\right)$$

3 Dessert

On va montrer qu'une fonction croissante de $[0, 1]$ dans lui-même admet un point fixe! Pour cela, considérer $A = \{x \in [0, 1] \mid f(x) > x\}$ et vérifier par l'absurde que sa borne sup éventuelle convient.

Et pour les fonctions décroissantes?

4 Café historique

		
Archimède de Syracuse	Eudoxe de Cnide	Zénon d'Elée
287-212	408-355	490-425