

## Sujet 15.1

02/02/10

### Amuse-bouche (Vrai ou faux ?)

1.  $f(x) \sim \sum_{k=0}^n a_k x^k$  si et seulement si  $f(x) = \sum_0^n a_k x^k + o(x^n)$
2. Si  $f$  admet un développement limité à tout ordre en 0, alors elle est de classe  $C^2$  en 0.

### Plat

Calculer  $\lim_{x \rightarrow (\pi/6)} \frac{\arctan(2 \sin x) - \pi/4}{\cos 3x}$

### Dessert (Propriétés asymptotiques des fonctions convexes)

Soit  $f : \mathbf{R}_+^* \rightarrow \mathbf{R}$  une fonction convexe.

1. Montrer que  $f(x)/x$  tend en  $+\infty$  vers une limite  $l \in \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$
2. Montrer que si  $l \leq 0$ , alors  $f$  est décroissante.
3. Montrer que si  $l$  est fini, alors  $f(x)-lx$  admet une limite dans  $\mathbf{R} \cup \{-\infty\}$  quand  $x$  tend vers  $+\infty$