

Sujet 15.1

02/02/10

Amuse-bouche (Vrai ou faux ?)

1. $f(x) \sim \sum_{k=0}^n a_k x^k$ si et seulement si $f(x) = \sum_0^n a_k x^k + o(x^n)$
2. Si f admet un développement limité à tout ordre en 0, alors elle est de classe C^2 en 0.

Plat

Calculer $\lim_{x \rightarrow (\pi/6)} \frac{\arctan(2 \sin x) - \pi/4}{\cos 3x}$

Dessert (Propriétés asymptotiques des fonctions convexes)

Soit $f : \mathbf{R}_+^* \rightarrow \mathbf{R}$ une fonction convexe.

1. Montrer que $f(x)/x$ tend en $+\infty$ vers une limite $l \in \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$
2. Montrer que si $l \leq 0$, alors f est décroissante.
3. Montrer que si l est fini, alors $f(x) - lx$ admet une limite dans $\mathbf{R} \cup \{-\infty\}$ quand x tend vers $+\infty$