

Sujet 17.4

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

19 février 2010

1 Amuse-gueule

Soit E le sous-ensemble de $\mathcal{F}([-1, 1[, \mathbb{R})$ constitué des fonctions f telles qu'il existe (a, b, c, d) tels que pour tout x ,

$$f(x) = a\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + b\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} + \frac{c}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Montrer que c'est un $\mathbb{R}-EV$ et en exhiber une base.

2 Plat

Soient x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 les racines de $X^5 + pX^3 + qX^2 + r$. Calculer la somme de leurs puissances 4.

3 Dessert

Soit P un polynôme réel positif sur \mathbb{R} . Montrer que la somme des polynômes dérivés est aussi positive !

4 Café historique