

## Sujet 18.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

15 mars 2010

### 1 Amuse-gueule

Soit  $F = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & c \\ 2c & -b \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R}^3 \right\}$ . Est-ce un EV? Si possible en déterminer une base.





### 2 Plat

Soit  $x_1, x_2, x_3$  les trois racines de  $P = X^3 + pX^2 + qX + r$ . Former le polynôme dont les racines sont  $\frac{x_2 x_3}{x_1}, \frac{x_1 x_3}{x_2}, \frac{x_2 x_1}{x_3}$ .

### 3 Dessert

Soit  $P \in \mathbb{C}[X]$  dont les  $n$  racines sont réelles et distinctes. Montrer que  $P'^2 - PP''$  n'a pas de racine réelle.

### 4 Café historique

			
Giusto Bellavitis 1803-1880	William Rowan Hamilton 1805-1865	Hermann Günther Grassmann 1809-1877	Arthur Cayley 1821-1895