

Sujet 18.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

15 mars 2010

1 Amuse-gueule

Soit $F = \left\{ \begin{pmatrix} a+b & c \\ 2c & -b \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R}^3 \right\}$. Est-ce un EV? Si possible en déterminer une base.

2 Plat

Soit x_1, x_2, x_3 les trois racines de $P = X^3 + pX^2 + qX + r$. Former le polynôme dont les racines sont $\frac{x_2x_3}{x_1}, \frac{x_1x_3}{x_2}, \frac{x_2x_1}{x_3}$

3 Dessert

Soit $P \in \mathbb{C}[X]$ dont les n racines sont réelles et distinctes. Montrer que $P'^2 - PP''$ n'a pas de racine réelle.

4 Café historique

			
Giusto Bellavitis 1803-1880	William Rowan Hamilton 1805-1865	Hermann Günther Grassmann 1809-1877	Arthur Cayley 1821-1895