

# Sujet 18.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

15 mars 2010

## 1 Amuse-gueule

On appelle trace ( $\text{Tr}$ ) d'une matrice la somme de ses coefficients diagonaux. Montrer que l'application  $\text{Tr}$  est une forme linéaire sur  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . Déterminer son noyau et son image.

## 2 Plat

Soient  $a, b$  deux réels distincts,  $n$  entier strictement positif.

$$\phi : \mathbb{R}_n[X] \longrightarrow \mathbb{R}_n[X]$$

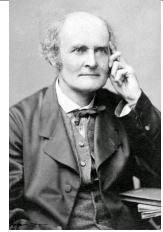
$$P \longmapsto P(a)X + P(b)$$

Vérifier que c'est un endomorphisme, déterminer son noyau et son image.

## 3 Dessert

Soit  $P$  un polynôme réel positif sur  $\mathbb{R}$ . Montrer que la somme des polynômes dérivés est aussi positive !

## 4 Café historique

			
Giusto Bellavitis	William Rowan Hamilton	Hermann Günther Grassmann	Arthur Cayley
1803-1880	1805-1865	1809-1877	1821-1895