

Sujet 19.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

26 mars 2010

1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

Soit p un endomorphisme de l'EV E . Il y a équivalence entre :

- p est un projecteur
- $\ker p \oplus \text{im } p = E$
- $\text{im } p = \ker(p - id_E)$
- il existe un autre endomorphisme q tel que $p + q = id$ et $p \circ q = 0$
- $2p - id$ est une symétrie

2 Plat

1 Soit $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$, $B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$. Calculer $\det(AB)$

2 Soit (v_1, v_2) une famille libre de \mathbb{R}^3 . Déterminer $\text{Vect}(v_1, v_2)$.

3 Dessert

Dans un EV de dimension finie, on considère deux endomorphismes ϕ et ψ . Etablir

$$\ker \phi \oplus \text{im } \psi = \ker \psi \oplus \text{im } \phi \implies \text{rg } \phi = \text{rg } \psi$$

4 Café historique

Gottfried von Leibniz	Gabriel Cramer	Camille Jordan	Carl Friedrich Gauss
			
1646-1716	1704-1752	1838-1922	1777-1855