

## Sujet 19.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

26 mars 2010

### 1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

Soit  $p$  un endomorphisme de l'EV  $E$ . Il y a équivalence entre :

- $p$  est un projecteur
- $\ker p \oplus \operatorname{im} p = E$
- $\operatorname{im} p = \ker(p - \operatorname{id}_E)$
- il existe un autre endomorphisme  $q$  tel que  $p + q = \operatorname{id}$  et  $p \circ q = 0$
- $2p - \operatorname{id}$  est une symétrie

### 2 Plat



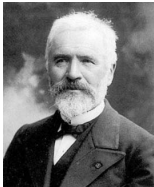

- 1 Soit  $A \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ ,  $B \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ . Calculer  $\det(AB)$
- 2 Soit  $(v_1, v_2)$  une famille libre de  $\mathbb{R}^3$ . Déterminer  $\operatorname{Vect}(v_1, v_2)$ .

### 3 Dessert

Dans un EV de dimension finie, on considère deux endomorphismes  $\phi$  et  $\psi$ . Etablir

$$\ker \phi \oplus \operatorname{im} \psi = \ker \psi \oplus \operatorname{im} \phi \implies \operatorname{rg} \phi = \operatorname{rg} \psi$$

### 4 Café historique

Gottfried von Leibniz	Gabriel Cramer	Camille Jordan	Carl Friedrich Gauss
			
1646-1716	1704-1752	1838-1922	1777-1855