

## Sujet 19.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

26 mars 2010

### 1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

- Un polynôme  $P$  admet  $a$  pour racine d'ordre  $r$  si et seulement si

$$P'(a) = P''(a) = \dots = P^{(r-1)}(a) = 0$$

- $P(a) = 0 = P''(a) \implies P'(a)$
- $P(\mathbb{C}) \subset \mathbb{R} \implies P$  constant

### 2 Plat

Dans  $E$  EV de dimension 3, de base  $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ , on considère l'endomorphisme



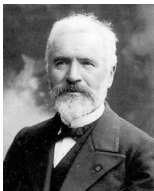

$$\phi \text{ tel que } {}_{\mathcal{B}}\mathcal{M}_{\mathcal{B}}(\phi) = \begin{pmatrix} a-b & a+c & c-b \\ b-a & c-a & b+c \\ a+b & a-c & b-c \end{pmatrix}$$

Quel est sa matrice dans la base  $\mathcal{B}' = (e_1 + e_2 - e_3, e_1 - e_2 + e_3, -e_1 + e_2 + e_3)$  ?

### 3 Dessert

Soit  $\phi$  un endomorphisme de rang 1. Montrer qu'il existe un scalaire  $a$  tel que  $\phi^2 = a\phi$ .

### 4 Café historique

Gottfried von Leibniz	Gabriel Cramer	Camille Jordan	Carl Friedrich Gauss
			
1646-1716	1704-1752	1838-1922	1777-1855