

Sujet 19.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

26 mars 2010

1 Amuse-gueule

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ définie par $a_{i,j} = (-1)^{i+j}$. Calculer A^2 et A^3 .

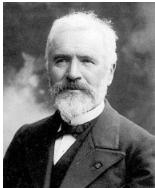
2 Plat

1. Dans E de dimension n , soit un endomorphisme ϕ tel que $\phi^n = 0$ mais pas ϕ^{n-1} . Montrer que si u_0 est bien choisi, $(u_0, \phi(u_0), \dots, \phi^{n-1}(u_0))$ est une base de E .
2. En déduire que les endomorphismes qui commutent avec ϕ sont les éléments de $\text{Vect}(\text{id}, \phi, \dots, \phi^{n-1})$.

3 Dessert

Etablir ce résultat formidable : toute matrice de rang 1 est une colonne multipliée par une ligne (non nulles) et réciproquement.

4 Café historique

Gottfried von Leibniz	Gabriel Cramer	Camille Jordan	Carl Friedrich Gauss
			
1646-1716	1704-1752	1838-1922	1777-1855