

Sujet 19.4

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

26 mars 2010

1 Amuse-gueule

Soit $K \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ définie par $k_{p,q} = e^{\frac{2ipq\pi}{n}}$. Calculer $K\overline{K}$ (commencer par $n=2$ ou 3)

2 Plat

Soit E un EV de dimension n , $u_0 \neq 0$, ϕ un endomorphisme tel que $(\phi^i(u_0))_{1 \leq i \leq n}$ soit une base.

1. Montrer que ϕ est inversible.
2. Montrer que $(\phi^i(u_0))_{0 \leq i \leq n-1}$ est aussi une base. En déduire l'existence de scalaires (a_i) tels que

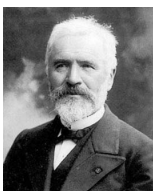
$$\phi^n + a_{n-1}\phi^{n-1} + \dots + a_1\phi + a_0 id = 0$$

3 Dessert

On va montrer que des matrices réelles A et B semblables dans $\mathcal{C}$ sont semblables dans $\mathbb{R}$ (que signifie ce charabia?).

1. Décomposer la matrice de passage P en partie réelle et imaginaire : $P = R + iS$ et constater que $SB = AS$.
2. Et même que $(R + tS)B = A(R + tS)$. Et alors ?

4 Café historique

Gottfried von Leibniz	Gabriel Cramer	Camille Jordan	Carl Friedrich Gauss
			
1646-1716	1704-1752	1838-1922	1777-1855