

# Sujet 23.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

12 mai 2010

## 1 Amuse-gueule

- Soient  $a, b, c, d: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  des fonctions dérivables et  $f(x) = \begin{vmatrix} a(x) & c(x) \\ b(x) & d(x) \end{vmatrix}$   
Montrer que  $f$  est dérivable et que :  $f'(x) = \begin{vmatrix} a'(x) & c(x) \\ b'(x) & d(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a(x) & c'(x) \\ b(x) & d'(x) \end{vmatrix}$ .
- Et à l'ordre  $n$  ?
- Application : calculer  $\begin{vmatrix} 1 & \cos x & \sin x \\ 1 & \cos(\alpha+x) & \sin(\alpha+x) \\ 1 & \cos(\beta+x) & \sin(\beta+x) \end{vmatrix}$

## 2 Plat

Soit  $P \in \mathbb{R}[X]$  de degré  $n$ . Montrer que pour toute suite de réels deux à deux distincts  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , la famille  $P(X + a_0), \dots, P(X + a_n)$  est libre.

## 3 Dessert

Montrer que pour toute matrice de rang 1,  $\det(I_n + A) = 1 + \text{tr}A$  (rappel :  $\text{tr}$  est la somme des coeffs diagonaux).

## 4 Café historique

Gabriel Cramer	Alexandre-Théophile Vandermonde	Pierre-Frédéric Sarrus	Camille Jordan
			