

Sujet 23.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

12 mai 2010

1 Amuse-gueule

1. Soient $a, b, c, d: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ des fonctions dérivables et $f(x) = \begin{vmatrix} a(x) & c(x) \\ b(x) & d(x) \end{vmatrix}$

Montrer que f est dérivable et que : $f'(x) = \begin{vmatrix} a'(x) & c(x) \\ b'(x) & d(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a(x) & c'(x) \\ b(x) & d'(x) \end{vmatrix}$.

2. Et à l'ordre n ?

3. Application : calculer $\begin{vmatrix} 1 & \cos x & \sin x \\ 1 & \cos(\alpha + x) & \sin(\alpha + x) \\ 1 & \cos(\beta + x) & \sin(\beta + x) \end{vmatrix}$



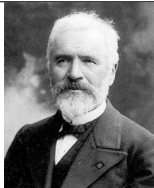
2 Plat

Soit $P \in \mathbb{R}[X]$ de degré n . Montrer que pour toute suite de réels deux à deux distincts a_0, a_1, \dots, a_n , la famille $P(X + a_0), \dots, P(X + a_n)$ est libre.

3 Dessert

Montrer que pour toute matrice de rang 1, $\det(I_n + A) = 1 + \text{tr} A$ (rappel : tr est la somme des coeffs diagonaux).

4 Café historique

Gabriel Cramer	Alexandre-Théophile Vandermonde	Pierre-Frédéric Sarrus	Camille Jordan
			
1704-1750	1735-1796	1798-1862	1838-1922