

# Sujet 23.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

12 mai 2010

## 1 Amuse-gueule

Soit  $f$  dérivable  $I \rightarrow \mathbb{C}$  ( $I$  intervalle). Déterminer si possible la dérivée de  $|f|$ .

## 2 Plat

Soit  $(E, \|\cdot\|)$  un EVN. Soit  $x, y, z$  tel que  $x + y + z = 0$ . Montrer que  $\|x - y\| + \|y - z\| + \|z - x\| \geq \frac{3}{2}(\|x\| + \|y\| + \|z\|)$ .

## 3 Dessert

On va montrer que des matrices réelles  $A$  et  $B$  semblables dans  $\mathbb{C}$  sont semblables dans  $\mathbb{R}$  (que signifie ce charabia?).

1. Décomposer la matrice de passage  $P$  en partie réelle et imaginaire :  $P = R + iS$  et constater que  $SB = AS$ .
2. Et même que  $(R + tS)B = A(R + tS)$ . Et alors ?