

Sujet 23.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

12 mai 2010

1 Amuse-gueule

Soit f dérivable $I \rightarrow \mathbb{C}$ (I intervalle). Déterminer si possible la dérivée de $|f|$.

2 Plat

Soit $(E, \|\cdot\|)$ un EVN. Soit x, y, z tel que $x + y + z = 0$. Montrer que $\|x - y\| + \|y - z\| + \|z - x\| \geq \frac{3}{2}(\|x\| + \|y\| + \|z\|)$.

3 Dessert

On va montrer que des matrices réelles A et B semblables dans \mathbb{C} sont semblables dans \mathbb{R} (que signifie ce charabia ?).

1. Décomposer la matrice de passage P en partie réelle et imaginaire : $P = R + iS$ et constater que $SB = AS$.
2. Et même que $(R + tS)B = A(R + tS)$. Et alors ?