

Sujet 25.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

28 mai 2010

1 Amuse-gueule

Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ défini par $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Continuité, dérivées partielles d'ordre 1, d'ordre 2 ?

2 Plat

Soit E un EVE de dim 3 et ϕ une application E telle que

$$\forall u, v \in E, \phi(u) \cdot v = -\phi(v) \cdot u$$

Montrer que ϕ est linéaire, déterminer sa matrice dans une BON i, j, k .

3 Dessert

Soit u, v, w trois vecteurs de norme 1 d'un EVE. Soit α, β, γ les arccos des trois produits scalaires que l'on peut former avec. Montrer que $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$ et $0 < \alpha + \beta + \gamma < 2\pi$.