

# Sujet 25.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

28 mai 2010

## 1 Amuse-gueule

Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  défini par  $f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Continuité, dérivées partielles d'ordre 1, d'ordre 2 ?

## 2 Plat

Soit  $E$  un EVE de dim 3 et  $\phi$  une application  $E$  telle que

$$\forall u, v \in E, \phi(u) \cdot v = -\phi(v) \cdot u$$

Montrer que  $\phi$  est linéaire, déterminer sa matrice dans une BON  $i, j, k$ .

## 3 Dessert

Soit  $u, v, w$  trois vecteurs de norme 1 d'un EVE. Soit  $\alpha, \beta, \gamma$  les arccos des trois produits scalaires que l'on peut former avec. Montrer que  $|\beta - \gamma| < \alpha < \beta + \gamma$  et  $0 < \alpha + \beta + \gamma < 2\pi$ .