

# Ultime colle de maths

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

04 juin 2010

## 1 Amuse-gueule

Soit  $f$  la fonction  $x, y \rightarrow (x^2 - y)(3x^2 - y)$ . Montrer que sa restriction à toute droite passant par l'origine atteint un extremum en l'origine.  $f$  est-elle extrême à l'origine ?

## 2 Plat : la chaînette

Quelle forme prend une chaîne homogène (masse linéique  $\mu$ ) qui pend entre deux extrémités fixes ? On paramètre cette chaîne par son abscisse curviligne.

1. Mise en équation des forces sur un tronçon  $[s_1, s_2]$ . Que peut-on en tirer ?
2. Plus généralement, trouver une relation entre la courbure et l'angle  $\alpha$ .
3. En déduire une équation.
4. NB : montrer que la chaînette est caractérisée par l'équation  $R^2 + s^2 = cste$ .

## 3 Dessert : vu au khass

Dissertez de la courbe d'équation  $\theta = \rho + \frac{1}{\rho}$ .

## 4 Café historique : citations

*Nous devons savoir, nous saurons !* David Hilbert

*Il est vrai que M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels ; mais un philosophe comme lui aurait dû saisir que le but unique de la science, c'est l'honneur de l'esprit humain, et que, sous ce titre, une question de nombres vaut autant qu'une question de système du monde.* Carl Jacobi

*Je vous ferais bondir, si j'osais vous avouer que je n'admets aucune solution de continuité, aucune coupure entre les mathématiques et la physique, et que les nombres entiers me semblent exister en dehors de nous et en s'imposant avec la même nécessité, la même fatalité que le sodium, le potassium, etc.* Charles Hermite

*Hilbert : les preuves ne devraient être déduites que par la pensée, et non par le calcul  $\Rightarrow$  Gordan Ce ne sont pas des mathématiques, c'est de la théologie*

*La mathématique est la reine des sciences, et l'arithmétique est la reine des mathématiques* Carl Friedrich Gauss