

# Toute première colle de maths ! Sujet 01.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 24 septembre 2010

## 1 Amuse-gueule

Existe-t-il des fonctions  $f, g, h$  telles que...

1.  $|\cos\theta| = f(\sin\theta)$
2.  $\cos\theta = g(\cos 2\theta)$
3.  $\sin 2\theta = h(\cos\theta)$

## 2 Plat

Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Résoudre le système suivant

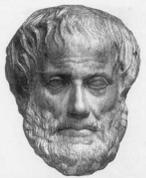
$$\begin{cases} \cos a + \cos(a+x) + \cos(a+y) = 0 \\ \sin a + \sin(a+x) + \sin(a+y) = 0 \end{cases}$$

## 3 Dessert

Quelles sont les applications monotones sur  $\mathbb{R}$  qui sont périodiques ?

## 4 Café historique : logique, ensembles, applications

Pour vous, comme pour tous les mathématiciens jusqu'au XIX<sup>e</sup> siècle, ensemble est une *notion première*. Tout est ensemble. Mais la découverte de paradoxes effroyables a conduit à restreindre la notion d'ensembles. La notion première s'appelle alors collection ; on définit alors les ensembles par des axiomes, la plupart du temps ceux de Zermelo-Fränkel.

Aristote	Gottfried Wilhelm von Leibniz	Ernst Zermelo	Abraham Fränkel
			
384-322 av. J.-C.	1646-1716	1871-1953	1891-1965