

Toute première colle de maths ! Sujet 01.4

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 24 septembre 2010

1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

Soit $f : E \rightarrow F$.

1. $\forall A \in \mathcal{P}(E), f^{-1}(f(A)) = A$
2. $\forall B \in \mathcal{P}(F), f(f^{-1}(B)) = B$

2 Plat

Soit z une racine septième de l'unité. On pose $S = z + z^2 + z^4, T = z^3 + z^5 + z^6$.


1. Prouver que T et S sont conjugués.
2. Calculer S et T .

3 Dessert

Soit $\phi : a \in \mathbb{R} \mapsto \frac{1+ia}{1-ia}$. Déterminer $\phi(\mathbb{R})$.

4 Café historique : logique, ensembles, applications

Pour vous, comme pour tous les mathématiciens jusqu'au XIX^e siècle, ensemble est une *notion première*. Tout est ensemble. Mais la découverte de paradoxes effroyables a conduit à restreindre la notion d'ensembles. La notion première s'appelle alors collection ; on définit alors les ensembles par des axiomes, la plupart du temps ceux de Zermelo-Fränkel.

Aristote	Gottfried Wilhelm von Leibniz	Ernst Zermelo	Abraham Fränkel
			
384-322 av. J.-C.	1646-1716	1871-1953	1891-1965