Sujet 02.3

Pierre-Yves Bienvenu - `http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu`

Vendredi 1 octobre 2010

1 Amuse-gueule

Soit f et g deux éléments de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$. Que dire de $f+g$, fg et $f\circ g$ si f et g sont :
- lipschitziennes ?
- monotones ?
- injectives ?

2 Plat

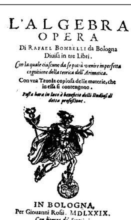
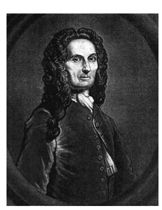
Prouver l'assertion
$$\forall n\in\mathbb{N}, \forall\theta\in\mathbb{R}, \forall z\in\mathbb{C}, z+1/z=2\cos\theta \Longrightarrow z^n+1/z^n=2\cos n\theta$$

3 Dessert

Soit E un ensemble. Montrer qu'il n'y a pas d'application surjective de E sur $\mathscr{P}(E)$.

4 Café historique : nombres complexes

Les nombres complexes font leur apparition au XVIè siècle. Par goût de généralité dans la résolution des équations, les algébristes italiens se permettent d'écrire formellement $\sqrt{-n}$. On parle alors de racines impossibles. Puis cette écriture devient de moins en moins formelle et de plus en plus fréquente. Après cette phase d'effervescence, la passion pour les nombres complexes reprend au XVIII^{e}siècle. Wessel, Argand et Gauss proposent une interprétation géométrique des nombres complexes. La construction du corps des nombres complexes date de 1843.

Jérôme Cardan	Raffaele Bombelli	Abraham de Moivre	Leonhard Euler
	 L'ALGEBRA OPERA Di RAFAEL BOMBELLI da Bologna Diuisa in tre Libri. Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta cognitione della teorica dell'Arimetica. Con vna Tauola copiosa delle materie, che in essa si contengono. IN BOLOGNA, Per Giouanni Rossi. MDLXXIX. Con licenza de' Superiori		
1501-1576	1526-1572	1646-1716	1707-1783