

# Sujet 03.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 8 octobre 2010

## 1 Amuse-gueule

Etude de  $f : x \mapsto \arctan \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ .

## 2 Plat

Soit  $\phi : a \in \mathbb{R} \mapsto \frac{1+ia}{1-ia}$ . Déterminer  $\phi(\mathbb{R})$ .

## 3 Dessert





Calculer

$$\prod_{p=2}^n \frac{p^3 - 1}{p^3 + 1}.$$

## 4 Café historique : fonctions élémentaires

On peut être tenté, en voyant les tables de sinus soigneusement réalisées par les astronomes antiques, de croire que la notion de fonction est présente en maths depuis l'éternité. C'est faux ; le mot fut employé pour la première fois par Leibniz, puis un peu précisé par Jean Bernoulli et Euler, et défini vraiment par Dirichlet. Mais on peut considérer Descartes, responsable de l'attribution de coordonnées  $y$  et  $x$  au courbe comme le véritable père de toute notion de fonction.

Les fonctions trigonométriques sont donc connues depuis longtemps, et leurs réciproques aussi. Le logarithme népérien en revanche date de 1615 à peu près ; l'exponentielle, implicitement présente depuis lors, n'est nommée que par Euler.

John Napier	René Descartes	Jean Bernoulli	Leonhard Euler
			
1550-1616	1596-1650	1667-1748	1707-1783