

Sujet 06.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Mercredi 10 novembre 2010 (Colle d'échauffement pour le gala !)

1 Amuse-gueule

Etudier la conique d'équation : $5x^2 + 7y^2 + 2xy\sqrt{3} - (10 + 2\sqrt{3})x - (14 + 2\sqrt{3})y - 4 + 2\sqrt{3} = 0$

2 Plat

Soit le cercle de centre O et de rayon R circonscrit à ABC. On prend les notations usuelles. En considérant le triangle OBC, montrez que

$$\frac{a}{2} = R \sin \hat{A}$$

3 Dessert : signé Héron

1. Soit un triangle ABC, d'angles $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ de côtés a, b, c , de périmètre $2p$. On veut déterminer son aire S. Avec le théorème d'Al-Kashi, établir que :

$$4(b^2 c^2) \sin^2 \hat{A} = 4b^2 c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$$

2. En déduire que $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. Quelle formule formidable!