

Sujet 06.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Mercredi 10 novembre 2010 (Colle d'échauffement pour le gala !)

1 Amuse-gueule

On considère la famille de droites $D_\lambda : (1 - \lambda^2)x + 2\lambda y = 4\lambda + 2$. Montrer qu'il existe un point équidistant de toutes ces droites.

2 Plat

Déterminer l'ensemble des $z \in \mathbb{C}$ tel que $|z + 1/z| = 2$.

3 Dessert

Soit \mathcal{E} un ellipse de centre O et de dimensions a, b . Soient $M, P \in \mathcal{E}$ tels que OMP soit rectangle en O . Montrer que $\frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OP^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$. En déduire que (MP) reste tangente à un cercle fixe de centre O .