

Sujet 07.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 19 novembre 2010

1 Amuse-gueule

Soient A, B, C trois points distincts de l'espace.

Déterminer le lieu des points M tels que $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB} \wedge \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{MA}$.

2 Plat

Déterminer les $z \in \mathbb{C}$ tels que

1. z, z^2, z^4 sont alignés
2. $1, z, z^2$ forment un triangle rectangle.
3. $z, 1/z, -i$ sont alignés

3 Dessert

Connaissez-vous la propriété optique de la parabole ? Démontrez-la (rappel : nous sommes en colle de maths).

4 Café historique : la géométrie antique

L'ouvrage clé de la géométrie grecque antique est celui d'Euclide : *Les éléments*. C'est un modèle impressionnant de traitement axiomatique des maths. Chacun des treize livres commence par des définitions (souvent vagues ou inutiles, exemple : *la droite est la figure qui est également placée entre tous ses points*), des notions communes (*si deux grandeurs sont égales à une même troisième, elles sont égales*), et des demandes (*Etant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre*), puis enchaîne des théorèmes rigoureusement démontrés.

Mais il y a d'autres géomètres fascinants : Archimède, qui s'occupe de l'aire et du périmètre du cercle, Apollonius, qui se penche sur les sections planes de cônes, Héron...

Il n'y a pas de faits géométriques majeurs que vous connaissez qui n'étaient pas connus avant notre ère.

Héron d'Alexandrie	Euclide	Apollonius	Archimède
10-65	325-265	262-190	287-212
			