Sujet 06.4

Pierre-Yves Bienvenu - `http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu`

Mercredi 10 novembre 2010 (Colle d'échauffement pour le gala !)

1 Amuse-gueule

Soit une conique $\mathscr{C}$: directrice D, foyer F, excentricité e. Deux points M, M' alignés avec le foyer. Montrer que les tangentes à C en M et M' ce coupent sur D ou sont parallèles !

2 Plat : caractérisation du barycentre par les surfaces

Soit A, B, C un triangle et M dedans. Montrer que M en est le centre de gravité si et seulement si les trois triangles intérieurs ont la même surface.

3 Dessert : un théorème du premier siècle (Menelaos)

Soit A, B, C un triangle, $P \in (AB)$, $Q \in (BC)$, $R \in (CA)$, distincts de A, B, C.. Alors P, Q, R alignés si et seulement si :

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}} \times \frac{\overline{QB}}{\overline{QC}} \times \frac{\overline{RC}}{\overline{RA}} = 1$$

4 Café historique : la géométrie antique

L'ouvrage clé de la géométrie grecque antique est celui d'Euclide : *Les éléments*. C'est un modèle impressionnant de traitement axiomatique des maths. Chacun des treize livres commence par des définitions (souvent vagues ou inutiles, exemple : *la droite est la figure qui est également placée entre tous ses points*), des notions communes (*si deux grandeurs sont égales à une même troisième, elles sont égales*), et des demandes (*Etant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre*), puis enchaîne des théorèmes rigoureusement démontrés.
Mais il y a d'autres géomètres fascinants : Archimède, qui s'occupe de l'aire et du périmètre du cercle, Apollonius, qui se penche sur les sections planes de cônes, Héron...
Il n'y a pas de faits géométriques majeurs que vous connaissez qui n'étaient pas connus avant notre ère.

Pythagore	Thalès	Euclide	Menelaos
569-475	624-547	325-265	70-130