Sujet 08.3

Pierre-Yves Bienvenu - `http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu`

Vendredi 26 novembre 2010

1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

1. Si $\mathscr{B}1, \mathscr{B}_2, \mathscr{B}_3$ sont trois bases de $\mathbb{R}^3$, avec les notations évidentes, $P_{1,3} = P_{1,2}P_{2,3}$.
2. Si une conique contient un segment de droite, elle contient toute la droite qui le porte.
3. Le produit vectoriel est une application bilinéaire.
4. Une similitude est déterminée par l'image de deux points.

2 Plat

Démontrer que pour tout $n \geq 2$, $\frac{2^{2n-1}}{n} < \binom{2n}{n} < 2^{2n-1}$.

3 Dessert

Soit E un ensemble ordonné tel que toute partie non vide possède un plus petit et un plus grand éléments. Montrer que l'ordre est total et l'ensemble fini.

4 Café historique : la géométrie antique

L'ouvrage clé de la géométrie grecque antique est celui d'Euclide : *Les éléments*. C'est un modèle impressionnant de traitement axiomatique des maths. Chacun des treize livres commence par des définitions (souvent vagues ou inutiles, exemple : *la droite est la figure qui est également placée entre tous ses points*), des notions communes (*si deux grandeurs sont égales à une même troisième, elles sont égales*), et des demandes (*Etant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre*), puis enchaîne des théorèmes rigoureusement démontrés.
Mais il y a d'autres géomètres fascinants : Archimède, qui s'occupe de l'aire et du périmètre du cercle, Apollonius, qui se penche sur les sections planes de cônes, Héron...
Il n'y a pas de faits géométriques majeurs que vous connaissez qui n'étaient pas connus avant notre ère.

Héron d'Alexandrie	Euclide	Apollonius	Archimède
10-65	325-265	262-190	287-212