

Sujet 08.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 26 novembre 2010

1 Entrée-Plat

Soit E un ensemble à n éléments.

1. Combien y a-t-il de lois de composition internes ?
2. Combien sont commutatives ?
3. Combien ont un élément neutre ?
4. Combien sont commutatives et ont un élément neutre ?

2 Dessert

On donne un cercle \mathcal{C} de centre O et $A \in \mathcal{C}$. Pour $M \in \mathcal{C}$, on construit le projeté N sur le diamètre perpendiculaire à (OA) , et I , le point d'intersection de (OM) et (AN) . Quel est le lieu de I ?

3 Café historique : la géométrie antique

L'ouvrage clé de la géométrie grecque antique est celui d'Euclide : *Les éléments*. C'est un modèle impressionnant de traitement axiomatique des maths. Chacun des treize livres commence par des définitions (souvent vagues ou inutiles, exemple : *la droite est la figure qui est également placée entre tous ses points*), des notions communes (*si deux grandeurs sont égales à une même troisième, elles sont égales*), et des demandes (*Etant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre*), puis enchaîne des théorèmes rigoureusement démontrés.

Mais il y a d'autres géomètres fascinants : Archimède, qui s'occupe de l'aire et du périmètre du cercle, Apollonius, qui se penche sur les sections planes de cônes, Héron...

Il n'y a pas de faits géométriques majeurs que vous connaissez qui n'étaient pas connus avant notre ère.

Héron d'Alexandrie	Euclide	Apollonius	Archimède
10-65	325-265	262-190	287-212
			