

## Sujet 11.2

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

Vendredi 17 décembre 2010 : dernière colle 2010 ! Wouhouh !

### 1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

1. Si  $(u_n)$  converge vers  $l \in \mathbb{R}$ , alors  $E(u_n)$  converge  $E(l)$ .
2. Si  $u_n \sim v_n$ , alors pour toute fonction  $f$ ,  $f(u_n) \sim f(v_n)$

### 2 Plat

Soit  $(x_n)$  une suite bornée de réels. On pose :

$$y_n = \sup\{x_p \mid p \geq n\}$$

$$z_n = \inf\{x_p \mid p \geq n\}.$$

1. Montrer que  $y$  et  $z$  convergent.
2. Montrer que  $(x_n)$  converge vers  $l$  si et seulement  $(y_n)$  et  $(z_n)$  convergent vers  $l$ .

### 3 Dessert

Soit  $u$  telle que  $u_{2n}$  et  $u_{2n+1}$  convergent respectivement vers  $a$  et  $b$ . Que peut-on dire de  $v_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n u_k$