

Sujet 13.1

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

21 janvier 2011

1 Amuse-gueule

1. Soit $a < b$ deux réels. Existe-t-il une fonction continue sur \mathbb{R} f telle que

$$f(x) \neq 0 \iff x \in [a, b]$$

2. Soit f une fonction bornée sur \mathbb{R} dont la dérivée admet une limite en $+\infty$. Que peut-on dire ?

2 Plat

Que dire d'une fonction convexe sur \mathbb{R} qui n'est pas monotone ?




3 Dessert

Soit f de classe \mathcal{C}^2 sur \mathbb{R} telle que pour tous x, y ,

$$f(x+y)f(x-y) \leq f(x)^2$$

Prouver que pour tout x , $f(x)f''(x) \leq f'(x)^2$

4 Café historique

		
Gaston Darboux 1842-1917	Bernard Bolzano 1781-1848	Karl Weierstrass 1815-1897