

Sujet 13.3

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

21 janvier 2011

1 Amuse-gueule : vrai ou faux ?

Soit $a < c < b$ trois réels et f une fonction définie et de classe C^1 sur $[a, b] \setminus \{c\}$. On suppose que f et f' ont une limite finie en c . Alors f se prolonge par continuité en une fonction de classe C^1 sur $[a, b]$.

2 Plat

Soit f la restriction à $[0, 1[$ de la fonction arcsin. Vérifier qu'elle est solution de l'équation différentielle $(1 - x^2)y'' - xy' = 0$

En dérivant n fois cette formule, prouver que $f^{(n)} \geq 0$.

3 Dessert : application

Pour $x \neq 0$, on pose $B_x = \{\theta \in]0; 1[\mid \sin x = x - \frac{x^3}{6} \cos \theta x\}$.

1. Montrer que B_x est non vide et que pour $|x|$ assez petit il ne contient qu'un seul élément. On définit ainsi une fonction $x \mapsto \theta$.
2. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \theta$

4 Café historique

		
Gottfried Wilhelm von Leibniz 1646-1716	Leonhard Euler 1707-1783	Jean le Rond d'Alembert 1717-1783