

## Sujet 13.4

Pierre-Yves Bienvenu - <http://www.eleves.ens.fr/~bienvenu>

21 janvier 2011

### 1 Amuse-gueule

Soit  $f$  dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Montrer qu'en tout point,  $|f|$  admet une dérivée à droite et une dérivée à gauche.

### 2 Plat

Soit  $f$  de classe  $\mathcal{C}^2$  sur  $[-1, 1]$ ,  $\alpha \geq 2$  et  $A \in \mathbb{R}$ . Convergence de la suite de terme général

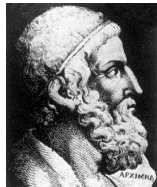


$$u_n = nA + \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right)$$

### 3 Dessert

On va montrer qu'une fonction croissante de  $[0, 1]$  dans lui-même admet un point fixe! Pour cela, considérer  $A = \{x \in [0, 1] \mid f(x) > x\}$  et vérifier par l'absurde que sa borne sup éventuelle convient.

Et pour les fonctions décroissantes?

### 4 Café historique

|   |   |  |
|---|---|--|
|  |  |  |
| Archimède de Syracuse   | Eudoxe de Cnide   | Zénon d'Elée   |
| 287-212   | 408-355   | 490-425  |