

CONTRÔLE CONTINU N°1

Durée : 1 heure 30 minutes

Documents et calculatrices interdits.

On rappelle que les affirmations doivent être justifiées.

Exercice 1

1. Donner les ensembles de définition, les ensembles de dérivabilité, et les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{1 + 2x}$$

$$g(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$$

$$h(x) = \cos\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$$

2. Donner les dérivées partielles premières de la fonction suivante :

$$f(x, y, z) = y + 3x^2e^{xyz}$$

Exercice 2 Soit f définie par :

$$f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{x}\right)$$

Etudier la fonction f , donner l'équation de la tangente en -1 et tracer son graphe.

Exercice 3

1. Montrer par récurrence que pour tout entier $n \geq 1$, on a :

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

2. Résoudre l'inéquation suivante :

$$(x+1)(x^2+x-5) < x+1$$

Exercice 4 Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. On considère la proposition suivante :

$$(P) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$$

1. Comment appelle-t-on une fonction f pour laquelle la proposition (P) est vraie ?
2. Donner la négation de (P) .

Exercice 5

1. Calculer

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{x}$$

2. Posons

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin(x)} - 1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

À l'aide de la question 1, dire si g est continue en 0.