etc.
- Exemples/Applications : Z/nZ, groupe des racines de l'unité, groupe symétrique, groupes diédraux, GL_n et ses sous-groupes, sous-groupes finis de SO_3, solides platoniciens, action de GL_n sur les sous-espaces vectoriels. `

S6 – Anneaux et corps

Anneaux.

- Anneaux, sous-anneaux.
- Groupe des éléments inversibles. Corps.
- Idéaux. Idéaux premiers. Idéaux maximaux.
- Morphisme d'anneaux.
- Anneaux intègres. Corps des fractions d'un anneau intègre.
- Anneaux de polynômes en une ou plusieurs indéterminées.
- Anneaux quotients. Idéaux premiers et intégrité. Idéaux maximaux et corps. Théorème d'isomorphisme A/Ker f = Im f.
- Anneau produit, théorème chinois.
- Anneau Z/nZ : inversibles, lien intégralité-primalité, fonction indicatrice d'Euler.
- Éléments irréductibles ou premiers.
- Arithmétique des anneaux euclidiens. Tout idéal d'un anneau euclidien est principal. Algorithme d'Euclide étendu. Bezout. Gauss. Exemples : Z, K[X], Z[i].
- Irréductibilité dans Z[X] et Q[X]. Lemme de Gauss. Critère d'Eisenstein.

Corps.

- Corps. Sous-corps.
- Anneaux de polynômes en une indéterminée à coefficients dans un corps. Racines de polynômes dans K[X]. Relations coefficients/racines. Racines multiples et facteur commun via le polynôme dérivé.
- Éléments algébriques et transcendants. Polynôme minimal. Extensions algébriques. Degré. Extensions finies.
- Corps de rupture.
- Constructions à la règle et au compas. Théorème de Wantzel.
- Polynômes cyclotomiques.
- Corps finis : existence via les corps de rupture (existence d'un polynôme irréductible de tout degré). Unicité (admise).

UE Géométrie L3 (3 ECTS)

Compte tenu du volume horaire restreint (12h CM + 18h TD), je pense qu'il faut penser par "thèmes" et viser des beaux exemples. Voici une proposition de programme (3 thèmes à sélectionner dans la liste) :