Liste de Questions préparées pour le DS1.

1. Soit $a_0, \dots, a_n$ des nombres réels. Montrer que
$$\sum_{k=1}^{n} a_k - a_{k-1} = a_n - a_0.$$
En déduire que
$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Soit E un ensemble. Soit A, B et C trois parties de E. Montrer que
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

3. Soit E et F deux ensembles. Soit $f : E \longrightarrow F$ une application. Soit A et B deux parties de F. Montrer que
$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B).$$

4. Soit E et F deux ensembles. Soit $f : E \longrightarrow F$ une application. Soit A et B deux parties de E. Montrer que
$$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B).$$
Donner un exemple pour lequel
$$f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B).$$

5. Soit a et b dans $\mathbb{R}$ et n dans $\mathbb{N}^*$. Montrer par récurence sur n que
$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$
On pourra utiliser sans démonstration la formule du triangle de Pascal suivante :
$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

6. Compléter le formulaire suivant :

$\sin(a+b) =$	$\cos(\pi - \alpha) =$	$(\tan t)' =$
$e^(x-y) =$	$\sin(\frac{\pi}{3}) =$	$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x}}{(\ln x)^7} =$