

Liste de Questions préparées pour le DS1.

1. Soit a_0, \dots, a_n des nombres réels. Montrer que

$$\sum_{k=1}^n a_k - a_{k-1} = a_n - a_0.$$

En déduire que

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

2. Soit E un ensemble. Soit A, B et C trois parties de E . Montrer que

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

3. Soit E et F deux ensembles. Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Soit A et B deux parties de F . Montrer que

$$f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B).$$

4. Soit E et F deux ensembles. Soit $f : E \rightarrow F$ une application. Soit A et B deux parties de E . Montrer que

$$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B).$$

Donner un exemple pour lequel

$$f(A \cap B) \neq f(A) \cap f(B).$$

5. Soit a et b dans \mathbb{R} et n dans \mathbb{N}^* . Montrer par récurrence sur n que

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}.$$

On pourra utiliser sans démonstration la formule du triangle de Pascal suivante :

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

6. Compléter le formulaire suivant :

$$\begin{array}{lll} \sin(a+b) = & \cos(\pi - \alpha) = & (\tan t)' = \\ e^{(x-y)} = & \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{(\ln x)^7} = \end{array}$$