Université Claude Bernard Lyon 1
Semestre d'automne 2021-2022

UE Fondamentaux des maths I
Groupe Math

Examen 2– Questions préparées – le jeudi 4 novembre 2021

Question 1. On admet que la fonction $exp, :, \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ est dérivable et vérifie

$$\begin{cases} \exp' = \exp \\ \exp(0) = 1. \end{cases}$$

1. En considérant la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto \exp(x)\exp(-x)$, montrer que

$$\forall x \in \mathbb{R} \qquad \exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}.$$

2. En considérant, pour y fixé, la fonction $g_y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \longmapsto \exp(x+y)\exp(-x)$, montrer que

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \qquad \exp(x+y) = \exp(x).\exp(y).$$

Question 2. Soit $l \in \mathbb{R}$ et $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle. Donner la définition de « $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tend vers l ».

Question 3. Enoncer et démontrer le théorème d'unicité de la limite d'une suite.

Question 4. Donner pour chacune des propriétés suivantes un exemple :

1. une suite bornée sans limite ;
2. une suite monotone sans limite ;
3. une suite convergente mais pas monotone ;
4. deux suites divergentes dont la somme converge.

Question 5. Enoncer et démontrer l'inégalité triangulaire pour les nombres complexes (sans la condition d'égalité).

Question 6. Enoncer l'inégalité triangulaire pour les nombres complexes avec la condition d'égalité.