

Liste de Questions de cours ou préparées pour le DS3.

1. Énoncer la caractérisation de f continue en x_0 qui commence par $\forall \varepsilon > 0$.
2. Soit $f : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Démontrer que $\sup\{f(x) : x \in [0; 1]\}$ est fini et qu'il existe $c \in [0; 1]$ tel que

$$f(c) = \sup\{f(x) : x \in [0; 1]\}.$$

Il s'agit de redémontrer un résultat du cours.

3. Démontrer qu'il existe une infinité de nombres premiers.
4. Énoncer et démontrer le théorème de Gauss pour les entiers.
5. Soit n et m des entiers naturels non nuls tels que $\text{pgcd}(n, m) = 1$. Soit a et b deux entiers relatifs. Montrer, sans utilisé le théorème chinois, qu'il existe $x \in \mathbb{Z}$ tel que

$$\begin{cases} x \equiv a & [n] \\ x \equiv b & [m] \end{cases}$$

6. Soit n et m des entiers naturels non nuls tels que $\text{pgcd}(n, m) = 1$. Déterminer l'ensemble des entiers relatifs x tels que

$$\begin{cases} x \equiv 0 & [n] \\ x \equiv 0 & [m] \end{cases}$$