

TD2: Galton-Watson

On considère $(Z_n)_{n \geq 0}$ un processus de Galton-Watson de probabilité de reproduction $(p_k)_{k \in \mathbb{N}}$. On suppose que $p_1 \neq 1$.

1. Calculer la probabilité d'extinction dans le cas où $p_0 + p_1 + p_2 = 1$.
2. Simuler le processus dans le cas précédent et vérifier numériquement le résultat précédent sur quelques exemples.
3. On se place maintenant dans le cas où la loi de reproduction est celle de $N - 1$ où N suit une loi géométrique de paramètre p , c'est-à-dire que

$$p_k = p(1 - p)^k.$$

Calculer la probabilité d'extinction.

4. Simuler le Galton-Watson dans ce dernier cas et vérifier numériquement votre calcul.