Université Paris-Dauphine
DEMI2E 1e année
Analyse 2

17 mai 2010
Contrôle continu

(seule la feuille des DL usuels est autorisée)

Question de cours 1 (5 points)**.** Quelle est la relation entre les DL des primitives d'une fonction f et les primitives de ses DL ? énoncer et démontrer précisément le résultat vu en classe.

Exercice 2 (5 points)**.** Trouver une primitive de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$$

et vérifier que sa dérivée est bien la fonction f.

Exercice 3 (7 points)**.** Pour tout $A \in \mathbb{R}$, trouver la valeur de l'intégrale

$$I(A) = \int_0^{A^2} x \sin(\sqrt{x}) dx.$$

Calculer ensuite la valeur de $I(\frac{\pi}{2})$, ainsi que la valeur maximale de $I(A)$ pour $A \in [-2\pi, 2\pi]$.

Exercice 4 (5 points)**.** Considérer, pour tout $x \neq 0$, l'intégrale

$$J(x) = \int_0^{x^2+x^4} \frac{\arctan t - \sin t}{\cos t - e^t} dt.$$

1. Démontrer que la fraction dans l'intégrale est bien définie sur l'intervalle $]0, x[$ et qu'elle est intégrable sur le même intervalle.
2. La valeur J qu'on vient de définir est une fonction de x : écrire sa dérivée $J'(x)$.
3. Trouver la valeur de n telle que la limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{J(x)}{x^n}$$

existe et appartient à $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ (ou démontrer qu'il n'existe pas un tel nombre n).