Université Paris-Dauphine
DUMI2E 1e année
Analyse 2

19 mai 2008
Contrôle continu

(seul la feuille des DL usuels est autorisée)

Question de cours 1 (5 points)**.** Donner la définition de fonction étagée et de fonction intégrable ainsi qu'un exemple de fonction bornée mais non intégrable, en justifiant l'exemple donné.

Exercice 2 (5 points)**.** Trouver une primitive de la fonction

$$f(x) = \frac{3x^2+3}{(x-1)(x^2+2)}$$

sur la demi-droite $]1, +\infty[$.

Exercice 3 (11 points)**.** Considérer la fonction F définie sur la demi-droite $D_q = [q, +\infty[$ et donnée par

$$F(x) = \int_0^{x^2+x^3} \ln(1+t^2+t^3)dt$$

(on rappelle la convention $\int_a^b f(t)dt := -\int_b^a f(t)dt$ si $b < a$).

1. Démontrer qu'il existe un unique réel $\bar{q}$ tel que $1+\bar{q}^2+\bar{q}^3 = 0$ et que $\bar{q} < -1$.
2. Vérifier que F est bien définie sur $D_{\bar{q}}$ (que la fonction intégrande a un sens et l'intégrale aussi, pour les valeurs de t et de x concernées).
3. Démontrer que la fonction F est de classe C^∞.
4. Calculer le développement limité de F à l'ordre 7 au point 0 et en déduire si ce point est un point de minimum ou maximum local pour F.
5. Trouver le premier terme non nul dans le DL de F au point -1 et déduire là aussi si ce point est un point de minimum ou maximum local pour F.