

Examen de Rattrapage - MATHS 1

(2h ; seule la feuille des DL usuels est autorisée)

Question de cours 1 (4 points). Expliquer ce qui signifie l'écriture $f(x) = o((x - x_0)^n)$ et donner un énoncé précis du théorème qui porte sur la Formule de Taylor avec reste de Young.

Exercice 2 (4 points). Calculer, si elle existe, la limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{(\cos x - x \sin x - 1)(\cos x - \sin x - 1)}.$$

Exercice 3 (5 points). Calculer

$$\int_2^3 \frac{x^5}{x^4 - 1} dx.$$

Exercice 4 (5 points). Considérer la courbe d'équation polaire, dite spirale parabolique,

$$r = 5(\theta + 5)^2,$$

ou r représente la distance à l'origine et $\theta \in \mathbb{R}$ le paramètre angulaire.

- Ecrire l'équation de cette courbe en coordonnées cartésiennes en utilisant $t = \theta$ comme paramètre, en trouvant ainsi $x(t)$ et $y(t)$.
- En considérant maintenant la courbe paramétrée, la dessiner pour $t \in [0, 8\sqrt{5}]$ en faisant attention au nombre de points sur chaque demi-droite sortante de l'origine.
- Ecrire la vitesse de cette courbe comme fonction de la valeur du paramètre t et trouver la valeur correspondante de t pour laquelle elle s'annule.
- Calculer la longueur que cette courbe parcourt entre $t = 0$ et $t = 8\sqrt{5}$.

Exercice 5 (5 points). Trouver la valeur du minimum et du maximum de la fonction

$$f(x) = x^3 - 2(x - 1)^2 + 3|x - 3|$$

pour $x \in \mathbb{R}_+ = [0, +\infty[$, si elles existent.