



Pour cocher, il suffit de cliquer !

Nom et prénom :

Fondamentaux des mathématiques II printemps 2019

Sommes de Riemann, intégrales, équations différentielles linéaires
exercices d'entraînement

Règlement – L'épreuve dure ??? minutes. Les calculatrices sont interdites. Les téléphones portables doivent être éteints.

Cochez une seule réponse par question.

Sur les primitives (I)

Question 1

$$\int e^{4x+2} dx =$$

$e^{4x+2} + C$

$e^{4x} + 2x + C$

$\frac{1}{4}e^{4x+2} + C$

$4e^{4x+2} + C$

Question 2

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}} =$$

$2\sqrt{x+2} + C$

$\frac{1}{2} \ln |x+2| + C$

$\sqrt{x+2} + C$

$-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(x+2)^{3/2}} + C$

Question 3

$$\int \tan x dx =$$

$\ln |\sin x| + C$

$\ln |\cos x| + C$

$-\ln |\sin x| + C$

$-\ln |\cos x| + C$

Question 4

$$\int \frac{dx}{3x+1} =$$

$\frac{1}{3} \ln |3x+1| + C$

$\ln |3x+1| + C$

$\frac{1}{3 \ln |3x+1|} + C$

$\frac{3}{(3x+1)^2} + C$

**Question 5**

$$\int \cos(3x) dx =$$

$\frac{1}{3} \sin(3x) + C$

$-3 \sin(3x) + C$

$\tan(3x) + C$

$\sin(3x) + C$

Question 6

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx =$$

$\tan x + C$

$\frac{1}{\cos x} + C$

$\frac{1}{\tan x} + C$

$\frac{1}{\sin x} + C$

Question 7

$$\int \frac{dx}{x^2 + 16} =$$

$4 \arctan(x/4) + C$

$\frac{1}{4} \arctan(x/4) + C$

$\arctan(x/4) + C$

$\arctan(4x) + C$

Question 8

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} =$$

$\arcsin(x/2) + C$

$\sqrt{4-x^2} + C$

$2 \arcsin(x/2) + C$

$\frac{1}{2} \arcsin(x/2) + C$

Question 9

$$\int \sqrt{x+3} dx =$$

$\frac{1}{2} \sqrt{x+3} + C$

$\frac{2}{3} (x+3)^{3/2} + C$

$\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + C$

$\arcsin(x+3) + C$

Question 10

$$\int (2x^3 + 4x + 5) dx =$$

$2x^4 + 4x^2 + 5x + C$

$6x^2 + 4 + C$

$\frac{x^4}{2} + 2x^2 + 5x + C$

$\frac{x^4}{3} + 4x^3 + 5x^2 + C$

Sur les fractions rationnelles**Question 11** La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)^2(x^2+x+1)}$$

est égale à :

$-\frac{x+1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$

$-\frac{x+1}{(x^2+x+1)^2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$

$-\frac{x+1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x+1}$



Question 12 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

est égale à :

$$\frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$$
$$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + 1$$

Question 13 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 1}$$

est égale à :

$$-\frac{x+2}{3(x^2+x+1)} + \frac{1}{3(x-1)} \qquad -\frac{x+2}{3(x^2+1)} + \frac{1}{3(x-1)} + 1 \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$$
$$-\frac{x+2}{3(x^2+x+1)} + \frac{1}{3(x-1)} + 1$$

Question 14 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{x^3(x+1)}$$

est égale à :

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \frac{3}{x+1} + \frac{3}{(x+1)^2} + 1 \qquad -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \qquad -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^3}$$

Question 15 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-2)^2}$$

est égale à :

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2} \qquad \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2} \qquad \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-2)^2}$$
$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$$

Question 16 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 8}$$

est égale à :

$$+\frac{2}{3(x-2)^3} + 1 \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} \qquad -\frac{2(x+4)}{3(x^2+2x+4)} + \frac{2}{3(x-2)} + 1$$
$$-\frac{2(x+4)}{3(x^2+2x+4)} + \frac{2}{3(x-2)} \qquad \frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + 1$$

Question 17 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

est égale à :

$$\frac{1}{(x-1)} - \frac{4}{x-2} + \frac{27}{(x-3)} + 1 \frac{1}{(x-1)^3} + 1 \qquad \frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)} + 1 \qquad \frac{1}{2(x-1)} - \frac{8}{x-2} + \frac{27}{2(x-3)}$$
$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$$



Question 18 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

est égale à :

$$\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3} + 1$$

$$\frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{x-1}$$

Question 19 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 2x + 1}$$

est égale à :

$$-\frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$x^2 - 2x + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$$

$$x^2 - 2x - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$$

$$-2x - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + 3$$

Question 20 La fraction rationnelle

$$f(x) = \frac{1}{(x-1)^2(x-2)}$$

est égale à :

$$-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$+\frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\frac{3}{x-1} + \frac{3}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x-1)^3}$$

$$-\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2}$$

Sur les primitives (II)

Question 21 Donner une primitive de

$$\sin^3 x$$

$$\frac{\cos^4 x}{4}$$

$$-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3}$$

$$3 \sin^2 x \cos x$$

$$\frac{\sin^4 x}{4}$$

Question 22 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 1}$$

$$x - \ln(e^x + 1)$$

$$\ln(e^x + 1) - x$$

$$\ln(e^x + 1)$$

$$-\frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$$

Question 23 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 3}$$

$$-\frac{e^x}{(e^x + 3)^2}$$

$$\frac{x}{3} - \frac{\ln(e^x + 3)}{3}$$

$$\ln(e^x + 3) - x/3$$

$$\ln(e^x + 3)$$

Question 24 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 1}$$

$$-x + \ln(e^x - 1)$$

$$-\frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$-\ln(e^x - 1) - x$$

$$\ln(e^x - 1)$$



Question 25 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 2}$$

$$-\ln(e^x - 2) - x/2$$

$$\ln(e^x - 2)$$

$$\frac{\ln(e^x - 2)}{2} - \frac{x}{2}$$

$$-\frac{e^x}{(e^x - 2)^2}$$

Question 26 Donner une primitive de

$$\cos^3 x$$

$$-3 \cos^2 x \sin x$$

$$\frac{\sin^4 x}{4}$$

$$\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}$$

$$\frac{\cos^4 x}{4}$$

Question 27 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x + 2}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\ln(e^x + 2)}{2}$$

$$\ln(e^x + 2)$$

$$-\frac{e^x}{(e^x + 2)^2}$$

$$\ln(e^x + 2) - x$$

Question 28 Donner une primitive de

$$\frac{1}{e^x - 3}$$

$$-\frac{e^x}{(e^x - 3)^2}$$

$$\ln(e^x - 3)$$

$$-\frac{x}{3} + \frac{\ln(e^x - 3)}{3}$$

$$-\ln(e^x - 3) + x/3$$

Question 29 Donner une primitive de

$$\sin^2 x$$

$$\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$$

$$\frac{\sin^3 x}{3}$$

$$2 \sin x \cos x$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4}$$

Question 30 Donner une primitive de

$$\cos^2 x$$

$$\frac{\sin^3 x}{3}$$

$$2 \sin x \cos x$$

$$\frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$$

Sur les équations différentielles linéaires (I)

Question 31 Soit l'équation :

$$(E) \quad xy' = -y$$

$$(E) \iff y = Ce^{x^2}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = \frac{C}{x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Cx, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Cx^2, C \text{ constante.}$$

Question 32 Soit l'équation :

$$(E) \quad y' = (x^4 + x^2)y$$

$$(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C\sqrt{x^4 + x^2}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3}}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{x^4 + x^2}, C \text{ constante.}$$

Question 33 Soit l'équation :

$$(E) \quad y' = xy$$

$$(E) \iff y = Cx^2, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^x, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{x^2}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\frac{x^2}{2}}, C \text{ constante.}$$



Question 34 Soit l'équation :

$$(E) y' = (\cos x)y$$

$$(E) \iff y = Ce^{\cos x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \arccos x, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\sin x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$$

Question 35 Soit l'équation :

$$(E) y' = \frac{x}{1+x^2}y$$

$$(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C\sqrt{1+x^2}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C\frac{e^x}{1+x^2}, C \text{ constante.}$$

Question 36 Soit l'équation :

$$(E) y' = (\sin x)y$$

$$(E) \iff y = Ce^{\sin x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \cos^2 x, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = \frac{C}{e^{\cos x}}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$$

Question 37 Soit l'équation :

$$(E) y' = (x^3 - x)y$$

$$(E) \iff y = Ce^{x^3-x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right), C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}}, C \text{ constante.}$$

Question 38 Soit l'équation :

$$(E) (\cos^2 x)y' = y$$

$$(E) \iff y = Ce^{\tan x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\cos^3 x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \sin(2x), C \text{ constante.}$$

Question 39 Soit l'équation :

$$(E) y' = \sqrt{x}y$$

$$(E) \iff y = Cx^{\frac{3}{2}}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C\frac{1}{\sqrt{x}}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3}}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\sqrt{x}}, C \text{ constante.}$$

Question 40 Soit l'équation :

$$(E) y' = \frac{y}{1+x^2}$$

$$(E) \iff y = C(1+x^2), C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ce^{\arctan x}, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \arctan x, C \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = C \tan x, C \text{ constante.}$$



Question 41 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) y' - x^2 y = 6x e^{\frac{x^3}{3}}$$

$$y = 3x^2 e^{\frac{x^3}{3}}.$$

$$y = 3x^2.$$

$$y = e^{\frac{x^3}{3}}.$$

(E) n'a pas de solution.

Question 42 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) xy' + y = \sqrt{x}$$

$$y = 3\sqrt{x}.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = x^{\frac{5}{2}}.$$

$$y = \frac{2\sqrt{x}}{3}.$$

Question 43 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) y' = 3y + x^2$$

$$y = e^{3x}.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = -\frac{2x}{9} - \frac{2}{27}.$$

$$y = -\frac{x^2}{3} - \frac{2x}{9} - \frac{2}{27}.$$

Question 44 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) xy' + y = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = 2x^{\frac{3}{2}}.$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{x}}.$$

$$y = \frac{1}{2x}.$$

Question 45 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) y' - x^2 y = 2x^2$$

$$y = -2.$$

$$y = x^2 e^{x^3}.$$

$$y = 2\frac{x^3}{3}.$$

(E) n'a pas de solution.

Question 46 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) y' - xy = x$$

$$y = \frac{x^2}{2} + e^x.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = e^{x^2}.$$

$$y = -1.$$

Question 47 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) y' = 4y + 2x^2$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = -\frac{x^2}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{16}.$$

$$y = 2\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4}.$$

$$y = -\frac{x}{4} + \frac{1}{16}.$$

Question 48 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) xy' + y = e^x$$

$$y = \frac{e^x}{x}.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = e^{1/x}.$$

$$y = \frac{x-1}{x}.$$



Question 49 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \cos x$$

$$y = \tan x.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = x \sin x.$$

$$y = \frac{\sin x}{x}.$$

Question 50 Donner une solution particulière de l'équation :

$$(E) \quad xy' + y = \sin x$$

$$y = \frac{\sin x}{x}.$$

$$y = -\cos x.$$

(E) n'a pas de solution.

$$y = -\frac{\cos x}{x}.$$

Sur les équations différentielles linéaires (III)

Question 51 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + 8y = 0$$

$$(E) \iff y = A \cos(2\sqrt{2}x) + B \sin(2\sqrt{2}x), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{4x}, A \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{2x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-2\sqrt{2}x} + Be^{2\sqrt{2}x}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 52 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + y' + y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^{x/2} + Be^{-x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

(E) n'a pas de solutions.

$$(E) \iff y = e^{-x/2}(A \cos(\sqrt{3}x/2) + B \sin(\sqrt{3}x/2)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-x/2} + Be^{-\sqrt{3}x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 53 Soit l'équation :

$$(E) \quad 3y'' + 5y' - 12y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^{-3x} + Be^{4x/3}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x} + Be^{3x}, A, B \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = e^{4x}(A \cos(3x) + B \sin(3x)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = e^{-3x}(A \cos(4x) + B \sin(4x)), A, B \text{ constantes.}$$

Question 54 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' - y' - y = 0$$

$$(E) \iff y = e^{x/2}(A \cos(\sqrt{5}x/2) + B \sin(\sqrt{5}x/2)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{(1+\sqrt{5})x/2} + Be^{(1-\sqrt{5})x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

(E) n'a pas de solutions.

$$(E) \iff y = Ae^{x/2} + Be^{\sqrt{5}x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 55 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + y' + 2y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^{-x}(A \cos(4x) + B \sin(4x)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-x/2} + Be^{\sqrt{7}x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = e^{-x/2}(A \cos(\sqrt{7}x/2) + B \sin(\sqrt{7}x/2)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-\sqrt{7}x/2} + Be^{\sqrt{7}x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 56 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x}, A \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-2x}, A \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{2x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x} + Be^{-2x}, A, B \text{ constantes.}$$



Question 57 Soit l'équation :

$$(E) \quad 2y'' + y' - 3y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^x + Be^{-3x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{-x} + Be^{-5x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{-3x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^x, A \text{ constante.}$$

Question 58 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^{-2x}, A \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{-2x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x}, A \text{ constante.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x} + Be^{-2x}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 59 Soit l'équation :

$$(E) \quad y'' - 2y' + 2y = 0$$

$$(E) \iff y = Ae^x + Be^{2x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = e^x(A \cos(x) + B \sin(x)), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{-x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^x + Be^{-x}, A, B \text{ constantes.}$$

Question 60 Soit l'équation :

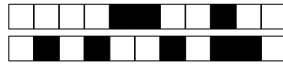
$$(E) \quad 6y'' - 5y' + y = 0$$

$$(E) \iff y = (Ax + B)e^{x/2}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = A \cos(x/2) + B \sin(x/3), A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{2x} + Be^{3x}, A, B \text{ constantes.}$$

$$(E) \iff y = Ae^{x/2} + Be^{x/3}, A, B \text{ constantes.}$$

**Sur les équations différentielles linéaires (IV)**

Question 61 On considère l'équation différentielle $(E) : y'(t) = t(2y(t) + 1)$. Cochez les bonnes réponses.

L'équation (E) admet une infinité de solutions de la forme $t \mapsto e^{t^2} + K$

L'équation (E) admet une infinité de solutions de la forme $t \mapsto e^{t^2} - \frac{1}{2}$

L'équation (E) admet une infinité de solutions de la forme $t \mapsto Ke^{t^2}$

L'unique solution de (E) telle que $y(0) = -\frac{1}{2}$ est $t \mapsto -\frac{1}{2}$. *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 62 On considère l'équation différentielle $(E) : y''(t) = 2y'(t) - 5y(t)$. Cochez les bonnes réponses.

Pour tout $\varphi \in \mathbb{R}$, la fonction $t \mapsto y(t) = e^t \sin 2t - \varphi$ est une solution de (E)

La fonction $t \mapsto y(t) = e^t \sin t$ est solution de (E) .

L'équation caractéristique associée a deux racines réelles

La fonction $t \mapsto y(t) = e^t$ est l'unique solution de (E) vérifiant $y(1) = 0$

La fonction $t \mapsto y(t) = e^t \cos 2t$ est une solution de (E) vérifiant $y(0) = 1$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 63 La fonction y définie pour $x \in \mathbb{R}$ par $y(x) = \cos(x) - \sin(x) - \frac{1}{3} \cos(2x) + 1$ est solution d'une seule des équations différentielles ci-dessous. Laquelle ?

$$y'' + y = 2 \sin^2(x)$$

$$y'' + y = 2 \cos^2(x)$$

$$y' + y = 2 \cos^2(x)$$

$$y' + y = 2 \sin^2(x)$$

$$y'' + y = 0$$

Question 64 On considère l'équation différentielle $(E) : y''(t) = 6y'(t) - 9y(t)$. Cochez les bonnes réponses.

La fonction $t \mapsto y(t) = t(e^t + e^{3t})$ est solution de (E)

La fonction $t \mapsto y(t) = e^{3t} - te^{3t}$ est l'unique solution de (E) vérifiant $y(1) = 0$

Toutes les solutions de (E) sont définies sur \mathbb{R}

Le nombre réel $r = 3$ est solution de l'équation caractéristique associée

La fonction $t \mapsto y(t) = e^{3t} - te^{3t}$ est une solution de (E) vérifiant $y(1) = 0$

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 65 On considère l'équation différentielle $(E) : y''(t) = 2y'(t) - y(t) + 2e^t$. Cochez les bonnes réponses.

L'équation (E) admet une infinité de solutions de la forme $t \mapsto P(t)e^t$, où P est un polynôme de degré 2

Toute fonction de la forme $t \mapsto P(t)e^t$, où $P \in \mathbb{R}_2[X]$, est solution de (E)

L'unique solution de (E) telle que $y(0) = y'(0) = 0$ est $t \mapsto t^2 e^t$.

L'équation (E) admet une solution de la forme $t \mapsto P(t)e^t$, où P est un polynôme de degré 3

L'équation (E) admet une infinité de solutions de la forme $t \mapsto P(t)e^t$, où P est un polynôme de degré 1

Aucune de ces réponses n'est correcte.

Question 66 On considère l'équation différentielle $(E) : y'(t) = \frac{2t-1}{t^2}y(t) + 1$. Cochez les bonnes réponses.

La fonction $t \mapsto y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$ est solution de (E) sur \mathbb{R}^*

La fonction $t \mapsto y(t) = t^2$ est solution de (E) sur \mathbb{R}^*

La fonction $t \mapsto y(t) = 2t^2 e^{1/t}$ est solution de (E) sur \mathbb{R}^*

La fonction $t \mapsto y(t) = t^2(1 + e^{-1/t})$ est solution de (E) sur \mathbb{R}^*

La fonction $t \mapsto y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$ est solution de l'équation homogène associée à (E) sur \mathbb{R}^*

Aucune de ces réponses n'est correcte.



Question 67 On considère une équation différentielle de la forme $(E) : y'' + ay' + y = 1$, où a est une constante réelle non nulle. Cochez les bonnes réponses.

Il existe deux solutions y_1, y_2 du problème homogène associé, qui ne sont pas multiples l'une de l'autre, telles que $y + t/a$

Il existe deux solutions y_1, y_2 du problème homogène associé, qui ne sont pas multiples l'une de l'autre, telles que $y - 1 \in$

Si $a = 0$, si y_1, y_2 sont les fonctions définies par $y_1(t) = \sin(t)$ et $y_2(t) = \cos(t)$, alors $y - y_2 \in \text{Vect}(1, y_1, y_2)$

Le problème homogène associé admet une unique solution telle que $y(0) = 0$

Aucune de ces réponses n'est correcte.
