Université Lyon I
L1 – fondamentaux des mathématiques II 2016-2017

Examen partiel du 15 mars 2017

durée : 1h

documents interdits

Exercice 1 (d'après n° 1, feuille 1) *Soit* $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a) *Exprimer* A^n *en fonction de* n *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

b) *Si* A *est inversible, calculer* A^{-1} *et* A^n *pour tout* $n \in \mathbb{Z}$.

Exercice 2 (d'après n° 11, feuille 1) *Soit* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

a) *Calculer* A^2 *et* A^3. *Calculer* $A^3 + A^2 + A$.

b) *Exprimer* A^{-1} *en fonction de* A^2, A, I_3.

Exercice 3 (d'après n° 29, feuille 2)
Soit $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x - z = 0 \ \text{et} \ y + t = 0\}$.

On admettra qu E *est un sous-*$\mathbb{R}-$*espace vectoriel de* $\mathbb{R}^4$.

Soient $u_1 = (0, 1, 1, 0)$, $u_2 = (2, 2, 2, 2)$, $u_3 = (1, 0, 0, 1)$. *Soit* $F = \mathrm{Vect}\{u_1, u_2, u_3\}$.

a) *Déterminer une base de* E *et en déduire sa dimension.*

b) *Déterminer une base de* F.

c) *Montrer que* $\mathbb{R}^4 = E \oplus F$.