

Examen partiel

mercredi 15 mars 2017

durée : 1h
documents interdits

Question de cours

Soient v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 des vecteurs de \mathbb{R}^4 . La famille $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ est-elle libre dans \mathbb{R}^4 ? 2 pts

Exercice 1 Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Exprimer A^n en fonction de n pour tout $n \in \mathbb{N}$. 2 pts
b) Si A est inversible, calculer A^{-1} et A^n pour tout $n \in \mathbb{Z}$. 2 pts

Exercice 2 Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) Calculer A^2 et A^3 . Calculer $A^3 - A^2 - A$. 3 pts
b) Exprimer A^{-1} en fonction de A^2, A, I_3 . 3 pts

Exercice 3

Soit $E = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - z = 0 \text{ et } y + t = 0\}$.

On admettra que E est un sous- \mathbb{R} -espace vectoriel de \mathbb{R}^4 .

Soient $u_1 = (0, 1, 1, 0)$, $u_2 = (2, 2, 2, 2)$, $u_3 = (1, 0, 0, 1)$. Soit $F = \text{Vect}\{u_1, u_2, u_3\}$.

- a) Déterminer une base de E et en déduire sa dimension. 3 pts
b) Déterminer une base de F . 3 pts
c) Montrer que $\mathbb{R}^4 = E \oplus F$. 3 pts